

Análisis del modelo de Cournot de un duopolio

Resumen

Se dedicará el artículo al análisis del modelo de Cournot en un duopolio, se explicarán los conceptos de oligopolio, duopolio y competencia imperfecta, así como la función de costos, ingresos y beneficios, posteriormente se dará la definición del modelo y los procesos matemáticos pertinentes, con el propósito de vislumbrar cuando es eficiente utilizarlo, se añadirá un caso práctico entre las firmas Boeing y Airbus, calculando su función de reacción, y el equilibrio de Cournot, se concluye que el modelo es efectivo para entender el comportamiento en mercados imperfectos.

Introducción

La problemática que se aborda radica en una estructura particular de las firmas en el mercado, el duopolio. Acemoglu, Laibson, y List (2022) definen el duopolio en su obra *Economía: un primer curso inspirado en el mundo real* como un mercado controlado por dos firmas y un tipo particular de oligopolio el cual argumentan es la estructura de mercado que impera cuando unas pocas firmas compiten entre sí, los autores describen el mercado de competencia imperfecta como la estructura de mercado dominante cuando compiten pocas empresas y los productos son diferenciados, esto significa que los bienes se parecen pero no son sustitutos perfectos.

Estas estructuras de mercado fueron una incógnita para los economistas del mundo durante años, debido a sus diferencias con el libre mercado tradicional, sin embargo, el análisis comienza en el mismo lugar, en la función de costos.

Desarrollo

Román, y Rangel (2005) describen la función de costos como la variación de los costos totales al modificar la cantidad producida. Por otro lado, la función de ingresos es una relación directa con el precio y la cantidad, que se multiplican para obtener los ingresos totales de una firma. Lo que resulta en los beneficios de la firma que es la composición de las funciones anteriores, sumando los ingresos totales con el inverso aditivo de los costos totales.

Para comprender el modelo es importante conocer los cinco tipos de costos relevantes para este trabajo y descritos por Samuelson, y Nordhaus (2010) en su obra *Economía con aplicaciones a Latinoamérica*, Como los costos fijos que son aquellos costos que permanecen constantes durante un periodo de tiempo determinado, sin importar el volumen de producción, al contrario de los costos variables que se modifican de acuerdo con el volumen de producción, por otro lado el costo total es la suma de los dos anteriores y el costo medio su multiplicación por el inverso multiplicativo de la cantidad, mientras que el costo marginal es la derivada del costo total respecto a la cantidad.

Antoine A. Cournot desarrolla por primera vez el modelo de Cournot en su obra *Researches Into the Mathematical principles of the Theory of Wealth* y lo describe como un modelo de competencia imperfecta en el cual dos firmas compiten a través de las cantidades producidas en la búsqueda de maximizar su utilidad.

Marco Teórico

Función inversa de demanda

Esta función se toma respecto al precio de mercado, sin embargo, es común encontrarla respecto a la cantidad, por lo que se tiene que obtener la función inversa, de forma que se pueda trabajar con dicha función en el futuro.

$$P = a - bQ$$

$$P = \text{precio}$$

$$b = \text{pendiente}$$

$$a = \text{constante}$$

$$Q = \text{cantida}$$

Función de beneficios de beneficios de cada firma

Esta función se describe como la suma del ingreso total menos el costo total, y se tiene que calcular para cada una de las firmas.

$$\prod m = IG - CT$$

$$\prod m = \text{Beneficio}$$

$$IG = \text{Ingreso}$$

$$IG = PQ$$

$$CT = \text{Costo total}$$

Función de cantidad del mercado y costo total

La cantidad del mercado en la cantidad de la firma uno por la cantidad de la firma dos, mientras que el costo total es el costo medio por la cantidad.

$$Q = q_1 + q_2$$

$$CT = (CMe)(Q)$$

$CMe = \text{Costo Medio}$

$q_1 = \text{Cantidad uno}$

$q_2 = \text{Cantidad dos}$

$Q = \text{Cantidad total}$

Función de reacción

Para calcular la función de reacción se sustituye en la función original y se deriva respecto a la cantidad de la firma, posteriormente se iguala a cero y se obtiene tu máximo respecto a la cantidad de la firma contraria.

Sustitución en ambas firmas:

$$\Pi 2 = aq_2 - bq_1q_2 - bq_2^2 - cq_2$$

$$\Pi 1 = aq_1 - bq_2q_1 - bq_1^2 - cq_1$$

Derivada respecto a la cantidad de la firma igualada a cero:

$$a - bq_2 - 2bq_1 - c = 0$$

$$a - bq_1 - 2bq_2 - c = 0$$

Función de reacción:

$$q_2 = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

$$q_1 = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_2}{2}$$

Equilibrio de Cournot

Posteriormente se resuelve el sistema de dos ecuaciones y obtenemos el equilibrio de mercado.

$$q_1 = \frac{a - c}{3b}$$

$$q_2 = \frac{a - c}{3b}$$

Caso práctico

En esta sección analizaremos la competencia en un duopolio entre Airbus y Boeing, que son las máximas productoras de aviones de pasajeros del mundo, con la reserva de los costos totales de ambas firmas, que en este caso particular son diferentes y de sus precios, que se tomaran como iguales, lo que se plantea aun con este cambio, es realizar la función de beneficio respecto al ingreso de cada firma comparando el año 2024 y 2023, derivar ambas funciones respecto a su cantidad, igualar a cero y posteriormente encontrar el equilibrio de Cournot.

Lo primero es revisar el estado de resultados de cada compañía, Airbus en 2024 tuvo beneficios por 4,241 millones de dólares e ingresos por 71,999, mientras que en 2023 obtuvo un beneficio por 3,757 millones de dólares y un ingreso de 68,063 millones de dólares, por otro lado, Boeing en 2024 tuvo perdidas por 11,829 millones de dólares y en 2023 por 2,242 millones de dólares, con un ingreso de 66,517 millones en 2024 y 77,794 millones en 2023.

Ecuaciones Airbus

$$\prod_{AIR} = .1IG - 4612.5$$

$$\prod_{AIR} = .1Pq_A - 4612.5$$

$$\prod_{AIR} = .1(a - b(q_A + q_B)q_A) - 4612.5$$

$$\prod_{AIR} = .1aq_A - .1bq_A^2 - .1bq_Aq_B - 4612.5$$

Ecuaciones de Boeing

$$\prod_{BOE} = .85IG - 68377.5$$

$$\prod_{BOE} = .85Pq_B - 68377.5$$

$$\prod_{BOE} = .85(a - b(q_A + q_B)q_B) - 68377.5$$

$$\Pi BOE = .85aq_B - .85bq_B^2 - .85bq_Aq_B - 68377.5$$

Derivadas igualadas a 0

$$.1a - .2bq_A - .1bq_B = 0$$

$$.85 - 1.7bq_B - .85bq_A = 0$$

Función de reacción de ambas firmas

$$\frac{.85a - .85bq_A}{.1.7b} = q_B$$

$$\frac{.1a - .1bq_B}{.2b} = q_A$$

Equilibrio de Cournot

$$q_A = -\frac{a}{3b}$$

$$q_B = -\frac{a}{3b}$$

El equilibrio de Cournot es de utilidad para entender el comportamiento de los mercados imperfectos, posteriormente se podría calcular los beneficios con las cantidades vendidas en 2024 y los precios establecidos.

Este equilibrio marca lo que deberían producir las empresas para maximizar su utilidad, en un duopolio

Discusión de resultados

El duopolio se toma a manera de caso base para aprender futuros modelos de competencia imperfecta, lo calculado en el artículo muestra como debería reaccionar una empresa ante las decisiones de la otra, llegando al equilibrio del mercado, a través de las cantidades, lo que determinará un precio por arriba del que dictaría un mercado libre, obteniendo mayor utilidad ante las decisiones de la competencia. El trabajo muestra un caso práctico, donde se demuestra cómo debe actuar Airbus ante las decisiones

de Boeing y viceversa, debido a que deben reaccionar a las decisiones independientes de la competencia.

Conclusiones

Se ha demostrado que el modelo de Cournot es una herramienta efectiva para calcular los efectos de los mercados imperfectos, que compiten a través de cantidades y generan un nuevo equilibrio, por otro lado, los duopolios de costos iguales es posible modelarlos con el modelo de Cournot, realizar dichos cálculos es de utilidad para futuros análisis de relevancia social, como la pérdida de eficiencia, o la toma de excedentes por parte del productor. En conclusión, no se debe cometer el error de dar más, pensando que se recibirá más, mejor dar lo óptimo.

Referencias

- Acemoglu, D., Laibson, D. y List, John A. (2022). *Economía: un primer curso inspirado en el mundo real* (1 ed). Antoni Bosch.
- Airbus Annual Report. (2024). *Financial Statements*. Airbus.com, <https://www.airbus.com/sites/g/files/jlcbta136/files/2025-04/Airbus%20Finacial%20Statements%202024%20%281%29.pdf>
- Boeing Annual Report. (2024). *Financial Statements*. Boeing.com, https://materials.proxyvote.com/Approved/097023/20250224/AR_596885/images/The_Boeing_Company-AR2024.pdf
- *Crece 4.2% entrega de aviones comerciales de Airbus en 2024*. (2025). A21MX, <https://a21.com.mx/aeronautica/2025/01/10/crece-42-entrega-de-aviones-comerciales-de-airbus-en-2024>
- Europa Press. (2025, enero 28). Boeing quintuplica pérdidas en 2024 por huelga y recortes de producción. *El Economista*, <https://www.eleconomista.com.mx/empresas/boeing-quintuplica-perdidas-2024-huelga-recortes-produccion-20250128-743983.html>
- Ranera Pérez, P. (2024). *Análisis estático y dinámico del duopolio de Cournot bajo diferentes especificaciones de la demanda y los costes*. Universidad de Zaragoza, <https://zaguan.unizar.es/record/152920/files/TAZ-TFG-2024-2154.pdf?version=1>
- Román Rangel, I. y Gutiérrez Peñalosa, L. A. (2005). *Costos 1*. UNAM, <http://fcaenlinea.unam.mx/apuntes/interiores/docs/2005/contaduria/3/1358.pdf>
- Samuelson, P. y Nordhaus, W. (2010). *Economía con aplicaciones a Latinoamérica* (19 ed). Mac Graw Hill, <https://www.cadep.org.py/uploads/2018/01/economia-con-aplicaciones-a-latinoamerica.pdf>

Sobre el autor:

Manuel Leycegui-Flores

Estudiante del cuarto semestre de la Licenciatura en Actuaría en la Universidad de las Américas Puebla. Mención honorífica en la Competencia Internacional de Matemáticas COMAAR y tiene el grado de técnico contable otorgado por la Dirección General de Bachillerato. Forma parte del Programa de Honores en el departamento de Finanzas y Contaduría.

Contacto: manuel.leyceguifs@udlap.mx

Mentora:

Dra. Nora Gavira Durón

Doctora en Ciencias Económicas con Especialidad en Finanzas por el Instituto Politécnico Nacional, donde también obtuvo la Especialidad en Administración de Riesgos Financieros. Cuenta con la Licenciatura en Actuaría por la Universidad Nacional Autónoma de México, así como con una Maestría en Finanzas por el Instituto de Estudios Universitarios A.C. y una Maestría en Mercadotecnia por la Universidad de las Américas Puebla. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores.

Contacto: nora.gavira@udlap.mx